Volume 20 Issue 12
Originally issued as B3



Global Journal of Management and Business Research: B
Economics and Commerce
Volume 20 Issue 3 Version 1.0 Year 2020
Type: Double Blind Peer Reviewed International Research Journal
Publisher: Global Journals
Online ISSN: 2249-4588 & Print ISSN: 0975-5853

Test of Weak Efficiency on Casablanca Stock Market, Chaotic Dynamic and Long Memory

By El Mehdi Falloul

Abstract- This paper aim to investigate the weak form efficiency of the Casablanca Moroccan stock market. After a brief explanation of the efficient market theory developped by Eygene Fama, we have made the whole classical econometric tests used to test the weak form efficiency, this is made by using MASI index that represents the whole stocks in Casablanca stock market. At the end of this study, we have rejected the hypothesis of efficience of Casablanca Stock market, and we have deduced that MASI is caracterised aby a choatic dynamic that we have cvalidated by calculation of Lyapunov exponent, finally and in order to judge the model that represent the MASI we have modeled MASI index using the process ARFIMA (p,dq) and we have deduced that MASI is caracterized by a long memory.

Keywords: *weak efficiency, Lyapunov exponent, ARFIMA model.*

GJMBR-B Classification: *JEL Code: O11*



Strictly as per the compliance and regulations of:



© 2020. El Mehdi Falloul. This is a research/review paper, distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 3.0 Unported License http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/), permitting all non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Test of Weak Efficiency on Casablanca Stock Market, Chaotic Dynamic and Long Memory

Test De L'efficience Faible Du Marché Boursier De Casablanca; Dynamique Chaotique Et Mémoire Longue

El Mehdi Falloul

Abstract- This paper aim to investigate the weak form efficiency of the Casablanca Moroccan stock market. After a brief explanation of the efficient market theory developped by Eygene Fama, we have made the whole classical econometric tests used to test the weak form efficiency, this is made by using MASI index that represents the whole stocks in Casablanca stock market. At the end of this study, we have rejected the hypothesis of efficience of Casablanca Stock market, and we have deduced that MASI is caracterised aby a choatic dynamic that we have cvalidated by calculation of Lyapunov exponent, finally and in order to judge the model that represent the MASI we have modeled MASI index using the process ARFIMA (p,dq) and we have deduced that MASI is caracterized by a long memory.

Keywords: weak efficiency, Lyapunov exponent, ARFIMA model.

Résumé- Ce papier a pour ambition de testet la forme de l'efficience faible sur le marché boursier de Casalanca au Maroc. Après une explication de la théorie d'efficience des marchés développé par Eugene Fama, nous avons fait l'ensemble des tests économétriques classique utilisées pour tester la forme l'efficience faible, ceci est établi en utilisant l'indice MASI qui représente l'ensemble des actions de la bourse de Casablanca. Au terme de cette étude nous avons rejeter l'hypothése d'efficience du marché boursier de Casablanca, et nous avons trouvé que l'indice masi est caratérisé par dynamique chaotique que nous avons validé en passant par le de l'exposant de Lyapunov, enfin et pour bien juger le modèle qui représente la série masi nous avons modéliser la série par un processus ARFIMA(p,d,q) et nous avons déduit que l'indice MASI est caractérisé par une mémoire longue.

Motsclés: efficience faible, exposant de Lyapunov, modèle ARFIMA.

I. Introduction

Un marché informationnellement efficient est défini comme un marché sur lequel le prix observé reflète pleinement et instantanément toute l'information disponible. Cette définition par Fama (1965) est trop génrérale pour permettre une quelconque vérification empirique. C'est pourquoi, Fama (1970) va proposer trios formes d'efficiences selon l'information contenu dans les prix des actifs; la forme faible de l'éfficience, la forme semi-forte et la forme forte.

Dans la *forme faible* de l'efficience, l'ensemble d'information disponible comprend uniquement l'historique de la série des prix et des rendements. Par conséquent, un marché est efficient au sens faible si toute l'information baséée sur les cours ou les rendements passés est pleinement reflétée dans les prix des titres. Les tests les plus utilisés pour appréhender l'efficience au sens faible sont les tests du marche au hasard. Ces tests ont pour objet s'il est possible de prévoir les rendements futurs à partir des rendements passés et de répondre à la question posée par Fama (1991) « *how well do past returns predict futur returns ?* ».

La *forme semi-forte* de l'efficience renvoie à un ensemble d'information comprenant toute l'information publique (rapports annuels, annoce de bénéfices, distributions des actions gratuites, etc.). L'objet des tests est de déterminer si les prix s'ajustent rapidement à cette information, c'est-à-dire si le marché a correctement anticipé l'annoce ou la publication des résultats.

La *forme forte* est la plus resetrictive puisque l'ensemble de l'information comprend, en plus de l'information publique, toute l'information privée. Les tests attaché à cette hypothèse visent à determiner si les indivius ayant un accès monopolistique à l'information sont capables des profits supérieurs au autres agents.

L'objet de ce paspier est de tester l'hypotèse de l'efficience des marchés financiers au sens faible, les tests effectués sont en premier lieu les tests du marche au hasard de l'indice MASI suivi des tests détermination du Chaos et enfin les tests de présence du mémoire longue sont effectués.

Ce papier est structuré comme suit, la première section contient l'introduction, la deuxième section traite d'un bref appercu de la théorie d'efficience des marchés et d'une revue de littérature de cette théorie, la troisième section traite de la méthodologie de l'étude, la quatrième section se focalise sur l'analyse empirique et les résultats attendus, et la cinquième section contient la conclusion.

Author: Professeur de Statistiques et d'économie, Faculté polydisciplinaire de Béni Mellal. e-mail: Mymehdi.falloul@gmail.com

© 2020 Global Journals

II. Revue de Littérature

Le début de la littérature moderne de l'éfficience des marchés est attribuée à Samuelson (1965) puisqu'il a combiné les premiers résultats qui soutient l'hypothése de la marché au hasard, tels que ceux de Cowles et Jones (1973), et Granger et Mongenstern (1963). D'après Dimson et Mussavian (1998), Samuelson a dévloppé le cadre théorique de l'hypothèse de la marche au hasard, alors que Bachelier (1990) a donné la formule de la marche au hasard dans les prix des actifs. Fama(1965b) a défini l'efficience des marchés pour la première fois, dans son analyse empirique sur les prix des actions en bourse déduisant qu'ils suivent une marche au hasard. Fama (1965a) a expliqué comment la théorie des marches au hasard sur les marchés boursiers présentent des défis importants pour les fondementalistes et les chartistes. En même temps, Samuleson (1965) a donné le premier argument économique formel pour « l'efficience des marchés ». Sa contribution est nettement résumé par le titre de son papier « preuve que priporement les prix anticipés fluctuent aléatoirement ».

Parailleurs, Harry Roberts (1967) inventent le terme « Hypothèse de l'efficience des marchés », et ils ont distingué entre sa forme faible et forte (Campbell, Lo, et MacKinaly, 1997). Les premiers test de l'efficience au sens faible ont mené aux résultats selon lesquels il y a présence d'autocorrélations significativement différents différents de zéro à court terme: Fama (1965) sur le Dow Jones industriel, French et Roll (1986) et Lo et Mckinaly (1988) sur les actions cotées au NYSE, etc.

L'efficience des marchés financiers est un sujet très important dans le courant théorique de la finance de marché. Divers recherches ont examiné ce sujet sur divers marchés financiers de différents pays. Parmi les études empirques de la forme faible de l'effcience sur les marchés financiers asuatiques, on peut mentionner celle de P.Srinivasan (2010) qui examine l'hypothése de la marche au hasard pour determiner la validité la forme faible d'efficience de deux marchés marchés des actions en Inde, les résultats révèlent que les marchés des actions indiens ne sont pas efficients au sens faible, induisant que les prix des actions peuvent être prédictible.

Bizhan Abedini (2009) ont testé l'hypothése de l'effcience faible du marché boursier de Kuala Lampur en utilisant un échantillon de son indice général pour une période journalière allant Janvier 2006 à Juin 2008. Les méthodes utilisées dans cette étude sont le test de la fonction d'autocorrélation, le test des Runs, le test du ratio de la variance, et le test racine unitaire. Les résultats de cette étude ne confime pas la validité de l'hypothése de l'fficience du marché de Kuala Lampur. Kashif Hamid, Muhammad T.S, Syad Z.A, Rana S (2010) onttesté l'hypothése de l'effcience faible de huit marchés des actions asiatiques (Pakistan, Inde, Sri Lanka, Chine, Corée du sud, Honk Kong, Indonésie, Malaisie). Les résultats des tets ont rejeté l'hypothèse de l'efficience faible pour les huits marchés bourisers.

Ces études empiriques ont utilisé des tests conventionnels de l'efficience, qui ont été développé pour tester des marchés développés, les marchés emergents sont caractérisés par une basse liquidité, thin trading, des informations irrelevantes, et des investisseurs peu informés. De plus, l'hypopthése de rationnalité avance que les investisseurs ont une avesrsion face au risques, répodant instantannémant aux infirmations nouvelles, et élaborant des prédictions non biaisés.

Par ailleurs, divers études ont été menées sur les pays développés pour tester l'hypothèse de l'efficience faible des marchés. Cooray (2003)a testé l'hypothèse de la marche aléatoire sur les bourses des Etats Unis, le Japon, l'Allemagne, l'Angleterre, Hong Kong et l'Australie, en utilisant le test de racine unitaire et l'analyse spectrale, qui permet de déterminer s'il ya lieu un effet saisonnier ou cylique dans les prix des actions. Les résultats montrent que tous ces marchés suivent une marche au hasard. Borges (2008) a étudié la forme faible d'efficience appliquée aux indices boursiers de la France, l'Allemagne, l'Angleterre, la Gréce et l'Espagne. Les données utilisées jouranlières dont les valeurs de clôture. Globalement, l'auteur a constaté que que les prix des actions suivent une marche au hasard pour les six pays.

Plusieurs études empiriques ont été menée pour tester l'efficience des marchés des actions dans le contexte des pays emergents et développés. La vaste majorité de ces études on testé la forme faible d'efficience en se basant sur l'hypothèse de la marche aléatoire. Quelques études ont rejeté la forme faible alors que d'autres l'ont accepté et validé.

III. Méthodologie

L'objet de cette section est d'étudier les méthodes et test entrepris pour tester l'effcience fabile du marché boursier de Casablanca.

a) Tests de racine unitaire

La mise en œuvre des divers tests de Chaos et de mémoire longue nécessite que la série analysée soit stationnaire. Pour tester la stationnarité du MASI en moyenne en utilise le test de Dikey et Fuller (1979, 1981), et puisque le séries financières présente très souvent une variance variable au cours du temps. On utilise aussi le test de Phillips-Perron robuste à l'hétéroscédasticité.

b) Test de Dikey et Fuller

Afin d'estimer le test de Dikey et Fuller, on estime en pratique les modéls (1), (2) et (3) sous la forme suivante:

Modèle (1) $$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{P} \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \ \phi = \rho - 1 \quad (1)$$

Modèle (2) $$\Delta y_t = \mu_1 + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{P} \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \ \phi = \rho - 1 \quad (2)$$

Modèle (3) $$\Delta y_t = \mu_2 + \beta_t + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{P} \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \ \phi = \rho - 1 \quad (3)$$

Et l'on teste l'hypothése nulle $\phi = 0$ (non stationnarité) contre l'hypothèse alternative $\phi < 0$ (stationnarité).

c) Test de Phillips-Perron

Ce test est construit sur une correction non paramétrique des statistiques de Dikey-Fuller pour prendre en compte des erreurs hétéroscédastiques. Après estimation de la variance estimation de la variance de long terme, la statitique de Phillips-Perron (PP) se calcule comme suit:

$$t^*_{\hat{\phi}_1} = \sqrt{k} * \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} + \frac{n(k-1) * \hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}{\sqrt{k}}$$

Avec $k = \frac{\hat{\sigma}^2}{S_t^2}$ (qui est égal à 1- de manière asymptotique- si e_t est un bruit blanc). Cette statistique est ç comparer aux valeurs critiques de la table de Mackinnon. (Bourbonnais, 2015)

d) Test d'homoscédasticité

Les séries financières sont très souvent entachés d'hétéroscédasticité, autrement dit, elle présentent une variance variable au cours du temps. La présence de cette structure a des effets effets significatifs sur les tests économétriques de corrélation sérielle et de marche aléatoire. Il est necessaire de faire des tests d'homoscédasticité sur las série de rentabilité préalablement aux divers tests d'efficience. Deux types de tests d'homoscédaticité ont été employés; le test de Breush et Pagan (1979) et le test de White (1980).

e) Les test de de Breush et Pagan

Il constitue un test asymptotique très général puisqu'il couvre un grand nombre de cas d'hétéroscédasticité.

On considére le modèle général suivant:

$$Y_t = X_t^{'}.\beta + u_t$$

On suppose que les perturbations suivent une loi normale de moyenne nulle et de variance σ_t^2 avec:

$$\sigma_t^2 = h(Z_t^{'}\alpha)$$

Avec α est un vecteur de dimension (p*1), et Z_t est un vecteur de dimension (P*1) de variables dont on pense qu'elles peuvent influencer l'hétéroscédasticité.

Dans le test de Breush-Pagan, la forme de la fonction h n'est pas spécifiée. On pose simplement h(0)=1. Par conséquent l'hypothèse nulle d'homoscédasticité s'écrit:

$$H_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_P$$

Puisque, en l'occurrence, la variance des erreurs σ_t^2 est constante au cours du temps . L'hypothèse alternative d'hétéroscédasticité correspond au cas ou α contient des élèments non nuls.

f) Le test de White

Le test de White est fondé sur une relation entre le carré du résidu e_t^2 (qui est donc représentatif de la variance) et un ou plusieurs variables explicatives en niveau et au carré au sein d'une même équation de régression. En cas de doute sur une influence croisée de deux variables comme variable de l'hétéroscédasticité, on peut ajouter au modèle à estimer des termes croisés par exemple $x_{1t} * x_{2t}$. L'hypothèse d'hétéroscédasticité est acceptée s'il existe au moins un coefficient (hormis a_0) non nul.

Soit la relation:

$$e_t^2 = a_0 + a_1 x_{1i} + b_1 x_{1i}^2 + a_2 x_{2i} + b_2 x_{2i}^2 + ... + a_k x_{ki} + b_k x_{ki}^2 + \upsilon_i$$

On peut procéder à ce test à partir de deux statistiques:

© 2020 Global Journals

- La statistique de Fisher de nullité de coefficients

$$\begin{cases} H_0 : a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = ... = a_k = b_k = 0 \\ H_1 : Au\ moins\ un\ des\ coefficients\ est\ non\ nul \end{cases}$$

Si on refuse l'hypothèse nulleH0, il y a donc un risque d'hétéroscédasticité:

- La statistique LM qui est distribuées comme un χ^2 à $p\ ddl$ (autant de coefficients que nous estimons hormis le terme constant).

Si $n*R^2 > \chi^2(p)$ lu dans la table au seuil α (p value <5%), on rejette l'hypothèse d'homoscédasticité des erreurs.

Le test ARCH d'Engel: Les modèles de type ARCH (« AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity ») permettent de modéliser des chroniques (très souvent financières3) qui ont une volatilité (ou variance ou variabilité) instantanée qui dépend du passé.

Il est ainsi possible d'élaborer une prévision dynamique de la chronique en termes de moyenne et de variance. Le test est fondé soit sur un test de Fisher classique, soit sur le test du multiplicateur de Lagrange *(LM).*

La procédure du test se présente comme suit:

De manière pratique, on procède de la manière suivante:

Première étape: calcul de e_t le résidu du modèle de régression;

Deuxième étape: calcul des e_t^2

Troisième étape: régression autorégressive des résidus sur p retards (résidu décalé) où seuls les retards significatifs sont conservés, $e_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i e_{t-i}^2$

Soit à tester l'hypothèse: $H0 = \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_p$

Quatrième étape: calcul de la statistique du multiplicateur Lagrange, $LM = obs * R^2$ avec *n* = nombre d'observations servant au calcul de la régression de l'étape 3, R^2= coefficient de détermination de l'étape 3.

Si $LM > \chi^2(p)$ à *p* degrés de liberté lu dans la table à un seuil α fixé (en général 0,05), on rejette H0; on considère que le processus est justifiable d'un modèle $ARCH(p)$.

C'est le test de significativité des coefficients α_i de la régression e_t^2 qui permet de déterminer l'ordre *p* du processus ARCH sachant qu'un processus ARCH d'ordre 3 semble un maximum. Une autre approche consiste à calculer le corrélogramme des résidus aux carrés issus du modèle initial. Si des termes de ce corrélogramme sont significativement différents de 0, alors on peut conclure à une spécification de type ARCH.

g) Test d'abscence de corrélation sérielle

i. *Test des runs*

C'est un test non paramètrique qui a pour but de tester le caractère aléatoire des séries de rendements. Un *run*peut être défini comme une séquence d'observations successives de même signe. Si la série des rendements est aléatoire, alors le nombre total des runs suit une loi Normale. Ce test consiste à comparer le nombre total des runs théorique au nombre de runs observé.

La formule du test des runs est donnée par:

$$m = \frac{\left\{ N(N+1) - \sum_{i=1}^{3} n_i^2 \right\}}{N}$$

Avec m est le total esperé des runs, N est le nombre total des observations, et ni est le nombre d'observations dans chaque catégorie i. Pour un nombre d'observations supérieur à 30, m suit une loi Normale et l'erreur standard est donné par:

$$\sigma_m = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{3} n_i^2 \left[\sum_{i=1}^{3} n_i^2 + N(N+1) \right] - 2N \sum_{i=1}^{3} n_i^3 - N^3}{N^2(N-1)} \right\}^{1/2}$$

Sous l'hypothèse nulle selon laquelle les rentabilités zont indépendants, la statistique Z définie par:

$$Z = \frac{H - m}{\sigma_m}$$

Avec H est le nombre total des runs. Cette statistique suit une loi normale centrée réduite.

© 2020 Global Journals

h) Test d'autocorrélation

i. *Tests de Box-Pierce et Ljung-Box*

Ces tests permettent de tester un ensemble de coefficients d'autocorrélation des résidus d'un ordre égal ou supérieur à 1.

Le test de Box-Pierce permet d'identifier les processus sans mémoire (suite de variables aléatoires indépendantes entre elles). Nous devons donc identifier:

$$\text{cov}(y_t, y_{t-k}) \text{ ou encore } \rho_k = 0 \ \forall k$$

Un processus de bruit blanc implique que $H0: \rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_h = 0$, soit les hypothèses suivantes:

$$\begin{cases} H_0 : H0: \rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_h = 0 \\ H_1 : il\ existe\ au\ moins\ un\ \rho_i \neq 0 \end{cases}$$

Pour effectuer ce test, on recourt à la statistique *Q* (due à Box-Pierce) qui est donnée par:

$$Q = n\sum_{k=1}^{h} \hat{\rho}_k^2$$

h : est le nombre de retard,

$\hat{\rho}_k$: Autocorrélation empirique d'ordre k

n : Le nombre d'observations

La statistique *Q* est distribuée de manière asymptotique comme un χ^2 (chi deux)à *h* degrés de liberté. Nous rejetons donc l'hypothèse de bruit blanc, au seuil α , si la statistique *Q* est supérieure au χ^2 lu dans la table au seuil $(1-\alpha)$ et h degrés de liberté.

Un test de «mémoire »: le test du rapport de variances

C'est test de marche aléatoire qui est plus puissant que celui de Box-Pierce, il a été introduit par Cochrane (1988) et Lo et Mc Kinaly (1988). L'idée principale de ce test est si une variable suit une marche au hasard, la variance par exemple mensuelle des cours doit être égale à quatre fois la variance de la série hebdomadaire.

Considérons le processus de marche aléatoire avec dérive suivant:

$$p_t = \mu + p_{t-1} + \varepsilon_t$$

Ou $p_t$est le logarithme de l'indice boursier.

Le test consiste à calculer le rapport des variances:

$$M_r(\tau) = \frac{\sigma_b^2(\tau)}{\sigma_a^2} - 1$$

Avec

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{k=1}^{T}(\Delta\rho_k - \hat{\mu})^2$$

$$\Delta\rho_k = p_k - p_{k-1}$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{T}\Delta\rho_k$$

$$\Delta\rho_k = p_k - p_{k-1}$$

σ_a^2 est l'estimateur sans biais de la variance des différences premières de $p_t$et $\sigma_b^2(\tau)$ est l'estimateur centré sans biais de la variance des différences $\tau^{ièmes}$ de P_t.

En effet, tester l'hypothèse nulle de marche au hasard revient à teter si $M_r(\tau)$ est nulle. Effectivement, si $M_r(\tau)$ est nul, alors $\sigma_b^2(\tau) = \sigma_a^2$: la variance des différences $\tau^{ièmes}$ de P_t est égale à τ fois la variance des différences premières de p_t.

Deux statitiques peuvent être calculées selon que les résidus ε_t sont homoscédatiques ou hétéroscédatiques:

- Si les résidus sont iid et suivent une loi normale:

$$Z_1(\tau) = \sqrt{T}.M_r(\tau)\left[\frac{2(2\tau-1)(\tau-1)}{3\tau}\right]^{-1/2}$$

L'hypothèse nulle testée est alors celle d'une « marche au hasard homoscédatique ».

- Si les résidus sont hétéroscédatiques et ne suivent pas nécessairement une loi normale:

$$Z_2(\tau) = M_r(\tau)\left[\hat{V}(\tau)\right]^{-1/2}$$

Avec

$$\hat{V}(\tau) = \sum_{j=1}^{\tau-1}\left[\frac{2(\tau-j)^2}{\tau}\hat{\delta}(j)\right]$$

© 2020 Global Journals

et

$$\hat{\delta}(j) = \frac{\sum_{k=j+1}^{T}\left(\Delta p_k - \hat{\mu}\right)\left(\Delta p_{k-j} - \hat{\mu}\right)^2}{\left[\sum_{k=1}^{T}\left(\Delta p_k - \hat{\mu}\right)^2\right]}$$

On teste alors l'hypothèse nulle de « marche au hasard hétéroscédastique ».

Test BDS

La statistique BDS teste de Brock, Dechert et Scheinkman (1987), teste l'hypothèse nulle série indépendemment et identiquement distribuée (iid) contre une alternative non spécifiée. L'intérêt de ce test par rapport aux tests précédents est qu'il peut détecter des dépendances de type non linéaire dans les séries. Un rejet de l'hypothèse nulle peut provenir:

- Soit d'une structure de dépendance issue d'un processus stochastique linéaire;
- Soit d'une non stationnarité de la série étudiée (en l'occurrence ce cas est à exclure du fait que la série des rendement du MASI est stationnaire);
- Soit d'une structure de dépendance issue d'un processus stochastique non linéaire;
- Soit d'une structure de dépendance issue d'un processus deterministe non linéaire.

La statistique BDS se présente comme suit:

$$W(T,m,\varepsilon) = \sqrt{\mathrm{T}}\,\frac{C(T,m,\varepsilon) - C(T,1,\varepsilon)}{\hat{\sigma}(\mathrm{T},m,\varepsilon)}$$

Avec:

m; dimension de prolongement

C(T, m, ε): l'intégral de corrélation

$\hat{\sigma}(\mathrm{T},m,\varepsilon)$: une estimation de l'écart type asymptotique

La statistique BDS est asymptotiquement normal sous l'hypothèse nulle.

i) Analyse R/S Exposant de Hurst

La statistique R/S (Rescaled Range ou Range over standard deviation) est introduite par Hurst en 1951, se définit comme l'étendue des sommes partielle des écarts d'une série temporelle à sa moyenne dvisée par son écart type. Ainsi soit une série temporelle X_t, t=1,…..,n. de moyenne $\bar{X}$, l'étendue R s'écrit:

$$R = \underset{1\le k\le n}{Max}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \bar{X}_n) - \underset{1\le k\le n}{Min}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \bar{X}_n)$$

Le calcul de la satistique consiste à diviser l'étendue par l'ecart type S_n de la série:

$$S_n = \left[\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \bar{X}_n)^2\right]^{1/2}$$

Soit

$$Q_n = \frac{R}{S_n} = \frac{\underset{1\le k\le n}{Max}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \bar{X}_n) - \underset{1\le k\le n}{Min}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \bar{X}_n)}{S_n = \left[\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \bar{X}_n)^2\right]^{1/2}}$$

La procédure R/S est qu'elles donnent lieu à un coefficient appelé exposant de Hurst (H), ce coefficient est défini comme le rapport entre le logarithme de la valeur de la statistique R/S et le logarithme du nombre d'observations. Cet exposant permet alors de déterminer la structure de dépendance de la série en function des valeurs de H:

- Si H= ½: il y a indépendance entre les évènements passes et présents,
- Si 1/2< H<1: on est en présence d'un processus à mémoire longue. Dans ce cas, la corrélation est positive et il y a persistance.
- Si 0 < H<1/2: la corrélation est négative. Le présente l'anti-persistance (des phases de hausse ont tendance à être suivies par des phases de baisse).

Test du Chaos « plus grand exposant de Lyapunov »

Les exposants de Lyapunov sont un moyen direct de détection du « chaos » dans la série. Ils donnent une information sur l'instabilité locale de l'attracteur et quantifie la sensibilité aux conditions initiales.

L'exposant de Lyapunov s'exprime ainsi:

$$\lambda_i = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\ln\left|j_i^T\right| \qquad (1)$$

j_i^T sont les valeurs propres de la matrice Jacobienne de la fonction en X(0).

C'est une quantité qui mesure le taux de séparartion de deux trajéctoires avec une différence infinitésimale, autrement dit

$$\delta_{\Delta T} \approx \delta_0 e^{\lambda_i \Delta T} \qquad (2)$$

$\delta_{\Delta T}$ est la distance après ΔT et δ_0 est la distance initiale.

Le taux de séparation peut être différent pour des orientations différentes du vecteur de séparation

© 2020 Global Journals

initiale. Cela implique l'existence d'un spectre qui regroupe tous les exposants de Lyapunov. (Riane, 2014)

Il existe divers algorithmes permettant d'estimer le plus grand exposant de Lyapunov à partir de l'observation d'une série temporelle. On a choisi d'appliquer l'algorithme de Hegger, Schreiber et Kantz, cette technique a l'avantage d'être robuste même avec un petit nombre d'observations (Riane, 2014).

Un intérêt particulier est accordé au plus grand exposant.Comme le note Kantz et Schreiber (2004), Si:

- $\lambda max < 0$: il s'agit d'un point fixe stable;
- $\lambda max = 0$: il s'agit d'un cycle limite;
- $\lambda max > 0$: il s'agit d'un processus chaotique;
- $\lambda max = \infty$: il s'agit d'un bruit.

j) Le modèle ARFIMA

Un processus stationnaire X_t suit un processus ARFIMA(p,d,q) si:

$$\phi(L)(1-L)^d X_t = \theta(L)\varepsilon_t$$

Avec

$(1-L)^d$ est le développement binamoial défini par:

$$(1-L)^d = \nabla^d = 1 - dl - \frac{d(1-d)}{2!} - \frac{d(1-d)(2-d)}{3!}L^3 - \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}L^k$$

$\phi(L)$ et $\theta(L)$ sont les polynômes retards autorégressifs et moyenne mobile dont les racines sont à l'extérieur du disque de l'unité:

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \ldots - \phi_p L^p$$
$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \ldots - \theta_q L^q$$

ε_t est un bruit blanc.

Il est a noté que les processus ARMA et ARIMA sont des processus ARFIMA dans lequels, respectivement d=0 et d est un entier.

L'estumation du modèle ARFIMA peut êtr réalisé à partir de deux famille de méthodes: les méthodes dites « en deux étapes » dont la plus utilisées est la méthode de Geweke et Porter Hudak (1983), et celle de maximum de vraissemblance.

IV. Analyse Empirique

L'objet de cette section est d'étudier les caractéristiques essentielles des séries des rendements des actions de la bourse de Casablanca au moyen des tests traditionnels mais également à l'aide d'outils statistiques plus élaborés.

a) Propriètés statistiques de la série

L'étude empirique menée au cours de papier porte sur l'indice boursier MASI. La fréquence des données de notre échantillon est quotidien, la série sétale du 01 Janvier 2002 au 28 Septembre 2018 avec un nombre de 4176 d'observations. Nous avons choisi une fréquence journalière pour deux raisons parceque les outils de détection de chaos nécessitent, un grand nombre de données. Notons que la série est transformées en logarithmes à fin de tenir compte de la non stationnarité en variance. La figure 1 montre la série brutes du MASI et la série transformée en logarithme.

© 2020 Global Journals

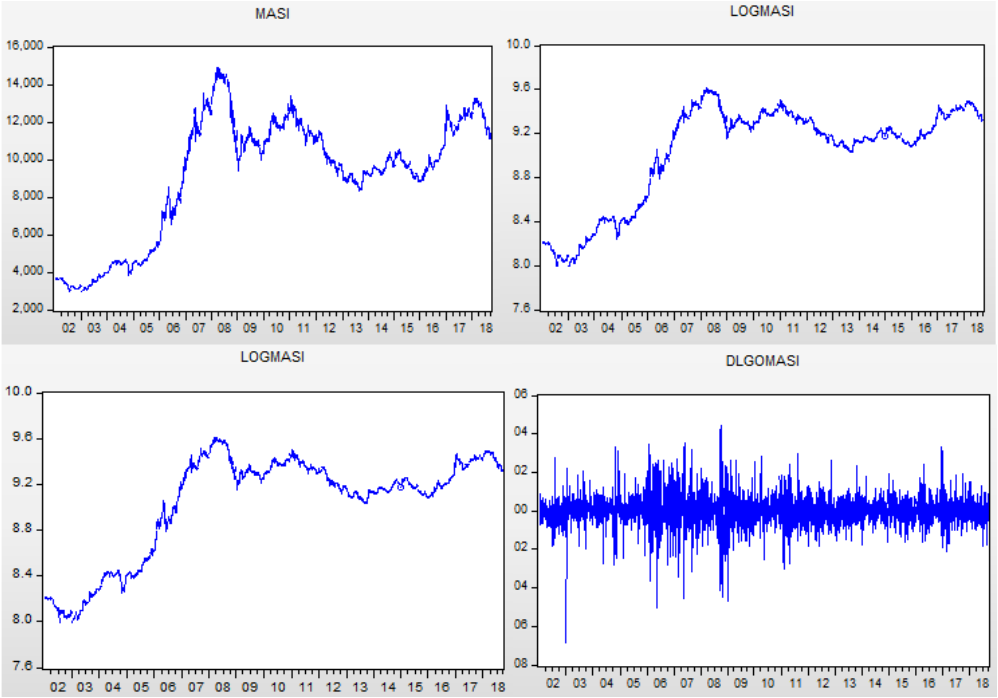

Figure 1: Indices boursiers en niveau et en différence logarithmiques

Tests de racine unitaire

La mise en œuvre des outils de détection de chaos et des tests de mémoire longue nécessite que la série soit stationnaire. Par conséquent, afin de tester la non stationnarité en moyenne en moyenne des séries et de déterminer leur ordre d'intégration, il convient d'utiliser les tests de racine unitaire de Dikey et Fuller (1979, 1981) et de Philips et Perron (1988). L'application des tests de Dikey-Fuller Augmenté fait ressortir la présence d'une racine unitaire dans la série du MASI en niveau. La série du MASI est donc non stationnaire.

Tableau 1: Test de Dikey-Fuller Augmenté

	Série en logarithme			Rentabilités		
Série	Modèle	Retards	Stat. DFA	Modèle	Retards	Stat.DFA
MASI	1	4	-1,71	1	4	-48,40

Modéle1: modèle sans constante ni tendance, La stat. DFA est la valeur de la statistique t de DF, elle est à compareravec les valeurs critiques .1,95 pour le modèle 1, -2, 86 pour lemodèle2 et .3,41 pour le modèle 3 au seuil 5%.

Afin de tester l'ordre d'intégration de la série le test Dikey-Fuller Augmenté a été appliquée sur la série en différence première (rendements). On constate au regard du tableau 1 que la série du MASI est stationnaire en différence première. En raison de l'importance de la validité de l'hypothèse de stationnarité pour nos divers tests, il est adéquat de procéder au test Phillips et Perron pour vérifier les résultats du test Dikey-Fuller. Ce test est particulièrement adéquat pour notre étude sur données financière vue qu'il est robuste à l'hétéroscédasticité.

Les résultats du test de Philips-Perron sont présenté dans le tableau 2 ci-après pour la valeur du retard usuellement utilisé, à savoir $T^{1/4}$ ou T est le nombre d'observations de la série.

Tableau 2: Test de Phillips-Perron

	Série en logarithme			Rentabilités		
Série	Modèle	Retards	Stat. PP	Modèle	Retards	Stat. PP
MASI	1	4	-1,76	1	9	-48,05

Modéle1: modèle sans constante ni tendance, La stat.
PP est la valeur de la statistique t de DF, elle est à compareravec les valeurs critiques .1,95 pour le modèle 1, -2,86 pour lemodèle2 et .3,41 pour le modèle 3 au seuil 5%.

© 2020 Global Journals

Les résultats des tests de Philips-Perron confirment ceux obtenu au moyen du test de Dikey-Fuller : présence d'une racine unitaire dans la série du MASI en niveau, stationnarité pour les séries en différence première.

Statistiques descriptives

Le tableau 2 fournit les statistiques descriptives (nombres d'observations, moyenne, écart type, skewness et kurtosis) des séries log-différenciées, ainsi que la valeur de la statistique de normalité de Jarque et Béra.

Tableau 3: Statistiques descriptives sur la série des rendements

Série	T	Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	J.B
MASI	4176	0,000272	0,000282	-0,414859	9,809579	8186, 271

Test le nombre d'observations, J.B est la statistique de Jarque et Béra

D'après la statistique J.B, on constate que l'hypothèse nulle de normalité est rejetée la série des rendements du MASI. On notera en particulier le caractère leptokurtique de la série des rendements. Le coeffcient de skewness négatif indique que la série des rendements est étalée vers la gauche. Cette asymétrie peut être le signe d'une non linéarité dans le processus d'évolution des rendements. Notons que cette non linéarité peut avoir plusieurs sources. Elle peut témoigner de:

- La présence d'un effet ARCH très souvent rencontré dans les séries financières,
- L'existence d'une mémoire de long terme modélisable par un processus de type ARFIMA (autorégressif moyenne mobile fractionnaire intégré),
- L'existence d'une structure déterministe chaotique.

La section suivante a pour objet d'étudier au moyen des tests traditionnels la forme faible de l'efficience des marchés financiers.

b) Tests traditionnels de la forme faible de l'efficience

Cette section a pour objet de tester l'efficience en déterminant s'il existe une structure de dépendance dans les séries de rendements. Dans un premier lieu, on appliquera les tests d'homoscédasticité (tests de Breush-Pagan et White) malgré que ces tests ne soient pas des tests d'efficience leur application est nécessaire dans la mesure ou les tests d'absence de corrélation sérielle dépend dépendent fortement de la présence de l'hétéroscédasticité. Dans un second lieu, on appliquera les tests traditionnels d'absence de corrélation sérielle(tests de Box Pierce et d'indépendance, test des runs). Le dernier paragraphe sera consacré à l'application du test marche aléatoire (test du rapport des variances) permettant de déterminer la longueur de la mémoire.

i. *Test d'homoscédasticité de Breush Pagan et de White*

Les séries financières sont très souvent hétéroscédastique. Autrement dit, elles présentent une variance variable au cours du temps. La présence de cette structure a d'importants impacts sur les tests économétriques de corrélation sérielle et de marche aléatoire. Il parait donc primordial d'effectuer les tests d'homoscédasticité sur les séries de rendements préalablement aux divers tests d'efficience.

Les résultats des estimations issues de l'application des tests d'homoscédasticité de Breush Pagan et de White sur la série des rendements de l'indice MASI figure dans le tableau 3 ci-après.

Tableau 4: Tests d'homoscédasticité

Série	Q	TR^2
MASI	39,38***	465,83**

*Q est la statistique de Breush Pagan, TR^2 du test de White. *** et ** Rejet de l'hypothèse nulle d'homoscédasticité aux seuils respectifs de 1% et 5%*

Les résultats sont cohérents entre le test de Breush-Pagan et le test de White dans la mesure où les deux tests conduisent à la même conclusion de rejet de l'hypothèse nulle de l'homoscédasticité. Notons qu'il est fort probable que le rejet de l'hypothèse nulle d'homoscédasticité soit dû à la présence d'un effet ARCH très fréquemment rencontré dans les séries financières. Pour cette raison nous procédons à l'application d'un test ARCH.

ii. *Test ARCH*

Le test d'hétéroscédasticité conditionnelle introduit par Engel (1982) a pour hypothèse nulle l'absence d'effet ARCH, c'est-à-dire que la série ne présente pas d'hétéroscédasticité conditionnelle. Sous l'hypothèse alternative, la série présente un effet de type ARCH. Les résultats des estimations sont reportés dans le tableau 4.

© 2020 Global Journals

Tableau 5: Test d'hétéroscédasticité conditionnelle ARCH

Série	LM
MASI	465,83**

LM est la statistique du test ARCH.
****Rejet de l'hypothèse nulle d'absence de l'effet ARCH aux seuils respectifs de 1% e*

Le test ARCH nous a permis de conclure qu'il existe bien une hétéroscédasticité conditionnelle (effet ARCH) dans la série des rendements du MASI. A ce niveau, il convient de rappeler que la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle indiquant que la série des rendements n'est pas iid ne témoigne pas d'une inefficience du marché. Ce cas de figure correspond à la marche aléatoire d'Alexandre (1992): les moments non conditionnels des résidus restent identiques à ceux d'un bruit blanc, seul les moments conditionnels à l'ensemble d'informations disponibles différent.

iii. *Tests d'absence de corrélation sérielle*

Test des Runs

Le test des runs est un test non paramétrique qui vise à tester le caractère aléatoire des séries de rentabilités. Un run est défini comme une séquence d'observations successives demême signe. Un marché financier est généralement considéré comme efficient si le nombre de runs positifs et le nombre de runs négatifs sont approximativement égaux. La statistique de test définie suit une loi normale centrée et réduite sous l'hypothèse nulle d'indépendance des rentabilités. Les résultats de ce testsont présentés dans le tableau 4.

Tableau 6: Test des Runs

Série	T	N1	N2	H
MASI	4176	2069	2120	-8,53

N1: observations inférieures à la valeur du test, N2: observations supérieures à la valeur du test, Sous l'hypothèse nulle d'indépendance des rendements H suit une loi normale centré réduite

La statistique de test calculée H est inférieure à 1,96 (au seuil de 5%) pour la série des rendements. L'hypothèse nulle d'indépendance des rentabilités n'est pas rejetée. Ainsi, les rentabilités passés ne permettent pas de déterminer les rendements futurs, ce qui est en accord avec la forme faible de l'hypothèse d'efficience.

Malgré sa simplicité, le test des Runs souffre d'une faible puissance, il est donc nécessaire d'appliquer d'autre tests d'autocorrélation et de marche aléatoire afin de déterminer avec plus d'exactitude si les rendements passés permettent ou pas de déterminer les rendements futurs.

iv. *Test d'autocorrélation*

Le test de Box-Pierce (1970), appelé aussi test portemanteau, permet de tester la présence de corrélation sérielle. Si l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation est rejetée, cela signifie que les rentabilités sont autocorrélées.Les tests de Box-Pierce ont été appliqués pour de valeurs de retards égales à 50 et à 100. Les résultats de ce test sont présentés dans le tableau 5.

Tableau 7: Test de Box-Pierce

Série	Box-Pierce	
	Retards	
	50	100
MASI	453,15*	509,35*

** Rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 5%*

La présence de corrélation sérielle est un indicateur de rejet de l'hypothèse d'efficience du marché.Néanmoins,il faut signaler que le test de Box-Pierce est très sensible à la présenced' hétéroscédasticité. Ce qui nous incite à utiliser avec précaution les résultats de ce test car la série des rendements du MASI est hétéroscédastique.

Un test de mémoire « le test de rapport de variances »

Ce test de marche aléatoire considéré comme plus puissant que le test Box-Pierce a été introduit par Lo et Mc Kinaly (1988). Comme l'explique Mignon (1998), l'idée sous-jacente au test est que si une variable suit une marche au hasard, la variance de la variable en différences première doit être une fonction linéaire de la période d'observation. En l'occurrence, si l'indice MASI suit une marche aléatoire logarithmique, la variance de la série des variations logarithmiques (rendements) mensuelles doit être égale à 4 fois à quatre fois la variance de la série des variances logarithmiques hebdomadaires. Cela explique l'hypothèse de marche aléatoire comme la variation des cours ne sont pas autocorrélées au cours du temps.Les résultats de ce test sont présentés dans le tableau 5.

© 2020 Global Journals

Tableau 8: Test du Rapport des variances

Série MASI		
Nombre de retards δ	RV	z
2	0.655997	-12.69395*
4	0.343844	-13.83232*
8	0.174988	-11.86048*
16	0.087867	-9.370905*
32	0.045394	-7.150322*
64	0.022321	-5.454082*
128	0.011484	-4.066997*
256	0.006011	-3.025950*
512	0.003368	-2.228820*
1024	0.002106	-1.627968
2048	0.001660	-1.210390
4096	0.028346	-0.924628

*RV: le rapport des variances, z: la statistique du test, *Rejet de l'hypothèse nulle de marche aléatoire au seuil de 5%*

Le test de rapport de variances a été appliqué pour divers valeurs du paramètre de troncature δ. On a ainsi fait varier δ de 2 à 4096. Ce choix d'une valeur importante de δ vise à ne pas négliger la mémoire longue qui pourrait exister dans la série des rendements et qui serait occultée si l'on retenait une valeur trop faible pour le paramètre de troncature.

Au regard du tableau 5 la série des rendements du MASI semble présenter une forte structure de dépendance puisque l'hypothèse de marche aléatoire n'est acceptée qu'à partir de valeurs élevées de δ (1024). Autrement dit la série de rendements parait présenter une « mémoire ».

Les résultats sont quelque peu divergentsselon le test retenu. Il paraît par conséquent nécessaire d'appliquer des tests plus puissants pour obtenir des conclusions plus tranchées. En effet, les tests précédents s'ils permet de détecter une corrélation sérielle (linéaire) ne nous permettent pas de détecter la structure de dépendance non linéaire. Or, la série de rendements est une distribution asymétrique indicatrice de non linéarité. A cet égard, le test de BDS présenté ci-après parait plus puissant pour déceler des dépendances de type non linéaire dans la série.

v. *L'apport du test BDS*

Le test BDS l'hypothèse nulle de série indépendamment et identiquement distribuée (iid) contre une hypothèse alternative non spécifiée. L'intérêt de ce test par rapport aux tests précédents et qu'il peut détecter des dépendances de types non linéaires dans la série des rendements. Afin d'appliquer le test, les règles suggérées par Brock ont été suivi: on a retenu les valeurs 0,5, 1, 1,5, et pour le ratio ε/σ et fait varier la dimension de prolongement m de 2 à 15. Les résultats de ce test figurent dans le tableau 6.

Tableau 9: Test BDS

m	Série MASI Statistiquez			
	0,5	1	1,5	2
2	20.05748	22.14191	23.44798	23.44114
3	24.55153	25.85203	26.79715	26.21856
4	28.75439	28.19111	28.12679	27.04520
5	33.77567	30.58994	29.22730	27.54283
6	39.53157	33.12403	30.31779	27.98393
7	46.62979	35.64627	31.24891	28.25241
8	56.67480	38.50531	32.05988	28.32375
9	70.15628	41.81238	32.98037	28.48166
10	88.81797	45.92488	34.10695	28.69132
11	115.6761	51.00169	35.39045	28.94439
12	157.8109	57.18641	36.78950	29.25732
13	216.8054	65.04502	38.53267	29.68691
14	301.2788	74.53158	40.56875	30.17367
15	411.5825	85.92505	42.85762	30.73721

m: dimensions de prolongements ,: accepter l'hypothèse nulle pour une seuil de 5%*

© 2020 Global Journals

La conclusion que l'on peut tirer de ce test c'est l'hypothèse d'indépendance des rendements est clairement rejetée. Autrement dit Le marché financier de Casablanca n'est pas efficient selon la forme faible d'efficience. Il est par ailleurs pertinent de rappeler que le test BDS ne permet pas de déterminer en faveur de quelle alternative l'hypothèse nulle a été rejetée, par conséquent d'autres tests doivent être effectuées pour mieux savoir. Les prochaines sections auront pour objet de déterminer les causes du rejet de l'hypothèse nulle en cherchant à caractériser le processus. L'étude sera portée sur les processus chaotiques et les processus à mémoire longue.

Test de non linéarité du processus sous-jacent au rendements

Une condition nécessaire et non suffisante à la présence d'un comportement chaotique est que le processus sou-jacent aux rendements soit non linéaire. On sait que l'hypothèse d'indépendance par le test BDS d'une structure de dépendance linéaire dans les données. Par conséquent, la première étape de l'analyse consiste à filtrer la série des rendements du MASI au moyen des modèles ARMA (autoregréssif moyen mobile) , au terme de ce filtrage, si sur la série résiduelle, le test BDS rejette toujours l'hypothèse nulle de processus générateur iid, alors on peut conclure sur la non linéarité du processus sous-jacent à la série de rendements.

vi. *Choix du Modèle ARMA*

Pour effectuer le choix du modèle ARMA apropriée à la série des rendements du MASI, nous avons utilisé la procédure de Box et Jenkins, le choix du modèle approrié a été adopté en choisant dans la classe des modèles ARMA celui qui minimise les critères d'Akaike et Schwarz. Le tabeau 6 suivant présente les coefficient du modèle ARMA et les critères d'Akaike et de Schwarz.

Tableau 10: Choix du Modèle ARMA (p, q)

Modèle	Estimation		T-statistique
ARMA(0,3)	Coefficient φ1	0,287	30, 143*
	Coefficient φ2	0,071	7,108*
	Coefficient φ3	0,02	-2,591*
Critéres de selection du Modéle		AIC -7,0251	SC -7,0160

**: significatif au seuil de 5%, AIC: critère d'Akaike, SC: critère de Schwarz*

Le modèle choisi pour filtrer la série des rendements du MASI et ARMA(0,3) puisqu'il minimise les critères d'informations d'Akaike et Schwarz. On effetue désormais le Test BDS sur la série résiduelle.

Test BDS sur la série résiduelle

Afin d'appliquer le test, les règles suggérées par Brock et al. (1992) ont été suivi : on a retenu les valeurs 0,5, 1, 1,5, et pour le ratio ε/σ et fait varier la dimension de prolongement m de 2 à 15. Les résultats de ce test figurent dans le tableau 7.

Tableau 11: Test BDS sur la série résiduelle

m	Série MASI Statistiquez			
	0,5	1	1,5	2
2	18.58435	20.11996	20.49566	20.04112
3	24.05264	24.39970	24.46878	23.79558
4	29.14540	27.24810	26.24541	25.19199
5	34.83061	29.92312	27.46019	25.95964
6	41.09144	32.62870	28.59408	26.53617
7	49.64323	35.32704	29.53472	26.88593
8	60.73376	38.43919	30.47209	27.11955
9	75.64390	41.79692	31.34070	27.31079
10	98.07066	46.19207	32.42633	27.50565
11	130.0497	51.66281	33.76798	27.76651
12	181.4831	58.34039	35.26892	28.10215
13	253.0224	66.54006	36.99637	28.51510
14	346.8494	76.33749	38.96574	28.98540
15	516.9398	88.28928	41.25000	29.51878

*m: dimensions de prolongements , *: accepter l'hypothèse nulle pour un seuil de 5%*

© 2020 Global Journals

Les résultats montre bien que l'hypothése nulle d'une série iid est nettement rejetée, les valeurs de la statistique BDS sont netterment supérieurs à 1,96. Ce test, appliqué à série filtrée de toute dépendance linéaire montre bien que le processus générateur des rendements boursières et non linéaire. Néanmoins la statistique BDS ne nous permet d'dentifier le type de non linéarité: s'agit t-il d'une non linéarité induite par un processus determinite chaotique, ou en revanche une non linéarité induite par un processus stochastique ? L'objet de la section suivante est de tester le caractère du modèle sous-jacent au moyen des outils de détection du chaos.

c) Application des outils de détection du chaos

i. *Estimation du plus grand exposant de Lyapunov*

On reporte en l'occurrence dans le tableau les résultats de l'exposant de Lyapunov pour des temps correspondant à 10 jours (environ 2 semaines) et 40 jours (environ 2 mois). On, a parailleurs fait la dimension de prolongement de 3 à 10. Les résultats obtenu sur les séries de rendements figurent dans le tabaleau 6.

Tableau 12: Plus grand exposant de Lyapunov de la série des rendements

Série	Temps	m=3	m=4	m=5	m=6
MASI	10	0.00160	0.0273	0.0282	0.0106
	40	0.0038	0.0067	0.0082	0.0023

m: dimension de prolongement

Le plus grand exposant a un signe positif. Cela veut dire que le processus est bien chaotique.

ii. *Estimation du R/S Exposant de Hurst*

Une des méthodes à estimer le pramètre d'intégration d est le calcul de l'exposant de Hurst H au moyen de la relation:

$$\hat{d} = \hat{H} - \frac{1}{2}$$

Ou $\hat{H}$ est l'estimateur de l'exposant de Hurst; $\hat{H}$ pouvant être calculé au moyen de la statistique R/S ou R/S modifié. L'algorithme donne le réusltat suivante:

$$\hat{d} = 0,59 - \frac{1}{2} = 0,09$$

Puisque la valeur de l'exposant de Hurst est dans l'intervalle $0.5 < H < 1$, la série du MASI présente donc un effet de Joseph de dépendance de Benoit Mandelbrot en référence au récit biblique qui se trouve aussi dans le saint Coran. Autrement dit la série du MASI présente un effet de persistance ou de sur-diffusion entre les déplacements successifs. L'effet de persistance signifie que des petites valeurs sont suivies de petites valeurs, et les grandes valeurs des grandes valeurs. Sachant que les séries persistantes ont une mémoire longue, alors la série MASI présente une mémoire longue.

iii. *Estimation du processus ARFIMA*

La méthode utiliser en l'occurrence pour estimer le modèle ARFIMA est dite la méthode en une étape qui consiste à estimer simultanément tous les paramètres de la représentation ARFIMA(p,d,q). Cette méthode repose sur la technique de maximum de vraissemblance, la procédure d'estimation du modèle ARFIMA est caractérisé par une vitesse de convergence un peu plus longue que celle du catégorie des modéles ARIMA.

Le tableau suivant donne les réultats de l'estimation du modèle ARFIMA (2, d,1) de la série du MASI.

Tableau 13: Estimation du modèle ARFIMA

Variables	Coefficients	Erreur standard	Statistique -t	Probabilité
C	0.00026	0.00024	1.04949	0.2940
d	0.089771	0.03989	2.25015	0.0245
AR(1)	0.894289	0.08670	10.3138	0.0000
AR(2)	-0.185212	0.01308	-14.1505	0.0000
MA(1)	-0.696939	0.11308	-6.16284	0.0000

d: paramètre d'intégration fractionnaire, C: constante

Le modèles ARFIMA (2, 0.0897, 1) a été choisi en se basant sur les critères d'information d'Akaike et Schwartz. Mise à part la constante tous les paramètres du modèle sont significatifs d'après les tests de Student. Une remarque très importante à lever est que le paramètre d'intégration fractionnaire est égale à peu près à0.09 ce qui équivaut au paramètre fractionnaire calculé par la méthode de l'exposant de Hurst. Cette statistique confirme le fait que la série du MASI présente un effet de Joseph de Mandelbrot et présente une structure de dépendance de long terme ou ce qu'on appelle une mémoire longue.

© 2020 Global Journals

Le graphique suivant présente bien à la fois les résidus du modèle ARFIMA (2, 0.0897, 1) et les résidus de modèles ARFIMA (2, 0.0897, 1) en comparaison avec les résidus du modèle ARMA (3, 1).

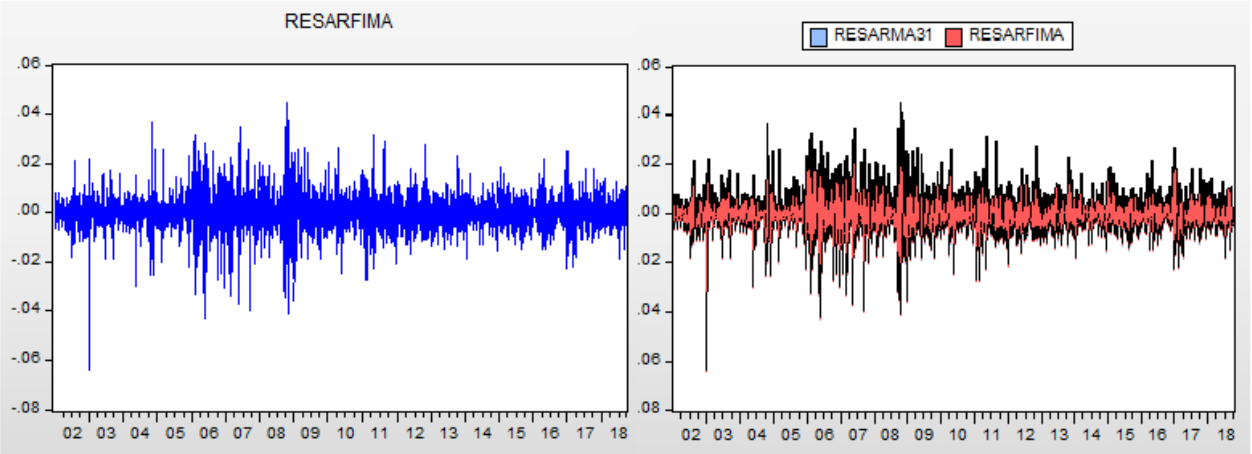

Figure 2: Résidus des processus ARFIMA (2, 0.089, 1) et ARMA (3, 1)

d) Prévisions des rendements

L'objet de cette section est d'utiliser les résultats du modèle ARFIMA pour déterminer si les rendements boursiers du MASI sont prévisibles à partir des rendements du passé. Si tel est le cas, les évolutions du passé contiennent des informations utiles pour prédire les informations futures. Par conséquent, toute l'information n'est pas reflétée dans le cours observé à la date courante. La prévisibilité des séries de rendements infirme instantanément la théorie de l'efficience des marchés au sens faible.

Plus précisément, notre objet est ici de tester les capacités prédictives du modèle ARFIMA eu égard au cas des prévisions naïves. Ces derniers font référence au cas où les cours boursiers (en logarithme) suivent une marche aléatoire, signifiant ainsi que les rendements répondent à un processus de bruit blanc.

Afin d'apprécier les qualités prédictives des processus ARFIMA, les prévisions ont été menée sur un horizon de long terme de 240 jours. Ce choix peut être expliqué par le fait que les processus ARFIMA devraient conduire à de bonnes prévisions à long terme.

Tableau 14: Comparaison des qualités prédictives d'ARFIMA par rapport à la marche au hasard

Horizon	Critère	ARFIMA	Marche aléatoire
480 jours	EAM RMSE	0.0140 0.181	0.0150 0.0190

D'après les critères de prévision, le modèle ARFIMA permet d'obtenir des prévisions plus pertinentes que les prévisions de marche au Hasard. Cette étude met en relief le fait l'importance de tenir en compte le comportement de long terme de la série MASI. la série parait prévisible à long terme, donc en guise de conclusion il est possible d'établir des stratégies rémunératrices sur le marché boursier, ceci rend d'autant plus vulnérable l'hypothèse d'efficience.

V. Conclusion

Au terme de cette étude nous avons rejeter l'hypothése d'efficience du marché boursier de Casablanca, et nous avons trouvé que l'indice masi est caratérisé par dynamique chaotique que nous avons validé en passant par le de l'exposant de Lyapunov, enfin et pour bien juger le modèle qui représente la série masi nous avons modéliser la série par un processus ARFIMA(p,d,q) et nous avons déduit que l'indice MASI est caractérisé par une mémoire longue.

References Références Referencias

1. Bachelier, L. 1900, "Théorie de la spéculation", Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure. 3(17), pp. 21-86.
2. Bizhan, Abedini, 2009, "An Evaluation of Efficiency of Kuala Lumpur Stock Exchange". Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business. Vol. 1, No. 4.
3. Borges, M.R, 2008, "Efficient market hypothesis in European stock market".
4. Bourbonnais, R. (2015),Économétrie : cours et exercices corrigés. Dunod.
5. Breush T.S and Pagan A.R.(1979), « A simple test of Heteroscedasticity and random coefficient variation », Econometrica, Vol. 47, pp. 1287-1249.
6. Campbell, J. Y., Lo, A. W. and Mackinlay, A. C. 1996, "The Econometrics of Financial Markets", Princeton University Press, Princeton, NJ.

© 2020 Global Journals

7. Cooray, A. 2004, "The random walk behavior of stock prices: a comparative study", Economic society, Far Eastern Meeting, 540 SAU School Economics Discussion paper 2003-05.
8. Cowles, 3rd, A. and Jones, H. E. 1937, "Some a posteriori probabilities in stock market action", Econometrica 5(3), pp. 280-294.
9. Cowles, 3rd, A. and Jones, H. E. 1937, "Some a posteriori probabilities in stock market action", Econometrica 5(3), pp. 280-294.
10. Dimson, E. and Mussavian, M. 1998, "A brief history of market efficiency", European Financial Management 4(1), pp. 91-193.
11. Dikey D.A. et Fuller W.A. (1979), « Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root », Journal of American statistical Association, Vol. 74, pp. 427-431.
12. Dikey D.A. et Fuller W.A. (1981), « the likelihood ratio statistics for autoregressive time series with unit root », Journal of American statistical Association, Vol. 49, pp. 1057-1072.
13. Fama, E. F. 1965b, "The behavior of stock-market prices", Journal of Business 38(1), 34–105.
14. Fama, E. F. 1965b, "The behavior of stock-market prices", Journal of Business 38(1), 34–105.
15. Fama, E. F. 1970, "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", The Journal of Finance 25(2), pp. 383-417.
16. Fama, E. F. 1991, "Efficient capital markets: II", The Journal of Finance 46(5), pp. 1575-1617.
17. Fama, E. F. 1998, "Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance", Journal of Financial Economics 49(3), pp. 283-306.
18. Fama, E. F. and French, K. R. 1988, "Permanent and temporary components of stock prices", Journal of Political Economy 96(2), pp. 246-273.
19. Fama, E., 1970, "Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work", Journal of Finance, 25 may.
20. French K.R and RollR. (1986), « Stock Return variances : The Arrival of information and the reaction of traders », Journal of financial economics, Vol. 17, pp. 5-26.
21. Granger, C. W. J. and Morgenstern, O. 1963, "Spectral analysis of New York stock market prices", Kyklos 16(1), 1–27. Reprinted in The Random Character of Stock Market Prices, edited by P. H. Cootner, The MIT Press, 1964.
22. Granger, C. W. J. and Morgenstern, O. 1963, "Spectral analysis of New York stock market prices", Kyklos 16(1), 1–27. Reprinted in The Random Character of Stock Market Prices, edited by P. H. Cootner, The MIT Press, 1964.
23. Kashif Hamid et al., 2010, "Testing the Weak form of Efficient Market Hypothesis: Empirical Evidence from Asia-Pacific Markets", International Research Journal of Finance and Economics, 58, pp. 121-133.
24. Lardic, S. & Mignon, V. (2006). *L'efficience informationnelle des marchés financiers*. Paris: La Découverte.
25. Lo, A. W. 1991, "Long-term memory in stock market prices", Econometrica 59(5), pp. 1279-1313.
26. Lo, A. W. and MacKinlay, A. C. 1988, "Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test", The Review of Financial Studies 1(1), pp. 41-66.
27. P. Srinivasan, 2010, "Testing Weak-Form Efficiency of Indian Stock Markets". APJRBM. Volume 1, Issue 2, November ISSN 2229-4104.
28. *RIANE, Nizare (2014):* Etude de la dynamique non-linéaire des rentabilités de la bourse de Casablanca.
29. Roberts, H. 1967, "Statistical versus clinical prediction of the stock market", Unpublished manuscript.
30. Roberts, H. 1967, "Statistical versus clinical prediction of the stock market", Unpublished manuscript.
31. Samuelson, P. A. 1965, "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly", Industrial Management Review 6(2), pp. 41–49.
32. Samuelson, P. A. 1965, "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly", Industrial Management Review 6(2), pp. 41–49.
33. Valérie Mignon,(2008) Les ambiguïtés de la théorie de l'efficience informationnelle des marches financiers, La Découverte.PP 104-117
34. White H. (1980), « Heteroscedasticity-consistent covariance estimator and a direct test of heteroscedasticity », Econometrica, Vol. 48, pp. 817-838.

© 2020 Global Journals